JOURNAL AFRICAIN DES SCIENCES
VOL. 3, **11** (2026) 136-145

https://jafrisci.org

ISSN (online) : 3107-0949 ; ISSN (print) : 3107-0930

OPEN ACCESS

ARTICLE DE RECHERCHE

Article Info.:
Reçu : le 13/07/2026
Accepté : le 04/10/2026
Publié : le 09/10/2026

APPLICATION DES MODELES BINOMIAUX NEGATIFS DE TYPE P (NB-P) ET DE TYPE 2 (NB2) A LA MODELISATION DU RISQUE DE FLUCTUATION DES RECETTES FISCALES : CAS DE LA DIRECTION GENERALE DES IMPOTS EN REPUBLIQUE DEMOCRATIQUE DU CONGO

Gertrud-Priority Kanyima Ololos *, Rostin Matendo Mabela

https://doi.org/10.70237/jafrisci.2026.v3.i11.12

Résumé

L'équilibre des revenus fiscaux est crucial pour la maîtrise des finances publiques, notamment en République Démocratique du Congo (RDC), où ces revenus sont vulnérables aux variations économiques. L'objectif de cet article est de modéliser et anticiper le risque de variation des revenus fiscaux de la Direction Générale des Impôts (DGI), en utilisant une méthode actuarielle basée sur les modèles binomiaux négatifs. Dans un premier temps, les modèles binomiaux négatifs (de type P et de type 2) sont utilisés pour modéliser le risque de fluctuation des recettes fiscales en général. Dans un second temps, le modèle obtenu est appliqué au cas de la DGI en RDC. La recherche se base sur des informations fiscales mensuelles passées, allant de 2014 à 2023, ce qui représente 120 observations. Une analyse comparative est alors réalisée entre le modèle NB-P et le modèle binomial négatif de type 2 (NB2), dans le but de déterminer la spécification la plus appropriée aux données. Les résultats mettent en évidence une sur dispersion des fluctuations fiscales, avec une variance supérieure à la moyenne. Le modèle NB-P présente de meilleures performances que le modèle NB2, avec une log-vraisemblance plus élevée (-245,63 contre -252,84), ainsi que des valeurs plus faibles de l'AIC (503,26) et du BIC (524,87). Le paramètre de puissance estimé à 1,350 confirme que la structure de variance n'est pas strictement quadratique. Les résultats montrent également que le PIB et le nombre de contribuables réduisent le risque de fluctuation, tandis que l'inflation et le taux de change l'accroissent.

Mots-clés: Modélisation actuarielle ; risque fiscal ; recettes fiscales ; régression binomiale négative ; modèle NB-P ; Direction générale des Impôts de la République démocratique du Congo

Abstract

A balanced tax revenue stream is crucial for managing public finances, particularly in the Democratic Republic of the Congo (DRC), where tax revenues are vulnerable to economic fluctuations. The objective of this article is to model and forecast the risk of fluctuations in tax revenues collected by the General Tax Directorate (DGI), using an actuarial method based on negative binomial models.First, negative binomial models (Type P and Type 2) are used to model the risk of fluctuations in tax revenue in general. Next, the resulting model is applied to the case of the DGI in the DRC. The study is based on historical monthly tax data from 2014 to 2023, representing 120 observations. A comparative analysis is then conducted between the NB-P model and the negative binomial Type 2 (NB2) model to determine the specification best suited to the data.The results highlight an overdispersion of fiscal fluctuations, with above-average variance. The NB-P model performs better than the NB2 model, with a higher log-likelihood (-245.63 versus -252.84), as well as lower AIC (503.26) and BIC (524.87) values. The estimated power parameter of 1.350 confirms that the variance structure is not strictly quadratic. The results also Ashow that GDP and the number of taxpayers reduce the risk of volatility, while inflation and the exchange rate increase.

Keywords: Actuarial modeling; tax risk; tax revenue; negative binomial regression; NB-P model; General Tax Directorate of the Democratic Republic of the Congo it.

1. Introduction

La modélisation du risque apparaît comme un domaine crucial des mathématiques appliquées, particulièrement dans le cadre des sciences actuarielles. Elle utilise des modèles probabilistes pour illustrer les phénomènes incertains, offrant ainsi la possibilité d'évaluer la fréquence, la variabilité et la probabilité de la réalisation d'événements futurs. Dans ce cadre, le risque fiscal peut être considéré comme l'incertitude liée aux variations des revenus fiscaux et aux oscillations susceptibles d'influer sur leur niveau

Correspondant : *olologertrud@gmail.com* ***(G. P. K. Ololos)***

Copyright : © The Author(s) Published under a Creative Commons Attribution 4.0 International Licence (CC BY 4.0)

Département de Mathématiques, Statistiques et Informatique, Faculté des Sciences et Technologies, Université de Kinshasa, Kinshasa, République Démocratique du Congo

futur. Les recettes fiscales, pour leur part, demeurent une source cruciale de financement des dépenses gouvernementales et leur stabilité est un facteur clé dans l'établissement du budget [1].

La modélisation actuarielle permet de représenter ces phénomènes à partir de variables aléatoires et de distributions de probabilité adaptées. Pour les phénomènes de comptage caractérisés par une variance supérieure à la moyenne, le modèle de Poisson devient insuffisant en raison de son hypothèse d'équidispersion. Les modèles de régression binomiale négative constituent alors une alternative permettant d'intégrer la surdispersion et de représenter plus souplement la relation entre la moyenne conditionnelle et la variance [2,3]. Parmi ces modèles figurent notamment le modèle binomial négatif de type 2 (NB2), qui impose une structure quadratique de la variance, et le modèle binomial négatif de type P (NB-P), qui introduit un paramètre de puissance permettant d'adapter cette structure aux caractéristiques observées des données.

La problématique de cette recherche s'inscrit précisément dans cette perspective de modélisation mathématique du risque. En effet, lorsque les variations des recettes fiscales sont très variables, l'idée d'un lien purement quadratique entre la moyenne et la variance peut ne pas être pertinente. Il devient donc essentiel de déterminer, parmi les diverses configurations de la loi binomiale négative, celle qui correspond le plus fidèlement à la structure probabilistique du risque en question. C'est une question primordiale dans les nations où les revenus de l'État restent préjudiciables aux variations économiques, à l'inflation, aux oscillations du taux de change ainsi qu'aux contraintes relatives à la collecte des ressources fiscales [4,5].

Les travaux consacrés aux finances publiques montrent que la stabilité des recettes constitue un élément essentiel de la gestion budgétaire. L'OCDE souligne notamment l'importance de l'analyse de la dynamique des recettes fiscales et de leur sensibilité aux conditions économiques [4]. Dans le contexte de la République Démocratique du Congo, les analyses du Fonds Monétaire International mettent également en évidence les enjeux liés à la mobilisation des recettes publiques et à la gestion des finances publiques [5]. Sur le plan méthodologique, les travaux de Cameron et Trivedi [3] montrent l'intérêt des modèles de régression pour les données de comptage présentant une surdispersion. Par ailleurs, les méthodes actuarielles fournissent un cadre probabiliste permettant de quantifier l'incertitude et d'améliorer la gestion des risques [6,7]. Toutefois, l'application de modèles binomiaux négatifs de type P et NB2 à la modélisation du risque de fluctuation des recettes fiscales de la Direction Générale des Impôts en République Démocratique du Congo demeure peu explorée.

La question de recherche qui découle de cette problématique est la suivante : **quelle spécification du modèle binomial négatif, entre le modèle de type P (NB-P) et le modèle de type 2 (NB2), permet de représenter de manière plus appropriée le risque de fluctuation des recettes fiscales de la Direction Générale des Impôts en République Démocratique du Congo ?**

L'hypothèse associée à cette question est formulée comme suit : **le modèle binomial négatif de type P (NB-P), grâce à son paramètre de puissance libre, offre une meilleure représentation du risque de fluctuation des recettes fiscales que le modèle binomial négatif de type 2 (NB2), dont la structure de variance est fixée à une forme quadratique.**

L'objectif général de cette étude est donc de modéliser le risque de fluctuation des recettes fiscales à l'aide des modèles binomiaux négatifs de type P et de type 2, puis d'identifier la spécification la plus appropriée aux caractéristiques des données de la Direction Générale des Impôts en République Démocratique du Congo. De manière spécifique, il s'agit d'analyser les caractéristiques statistiques des fluctuations fiscales, de vérifier l'existence d'une surdispersion, d'estimer les modèles NB-P et NB2, de comparer leurs performances statistiques et d'évaluer l'influence de certains facteurs économiques sur le risque de fluctuation des recettes fiscales.

Pour atteindre ces objectifs, l'étude adopte une démarche quantitative fondée sur la régression binomiale négative. Les données historiques mensuelles des recettes fiscales couvrent la période 2014-2023, soit 120 observations. La méthodologie comprend l'analyse descriptive des données, la vérification de la surdispersion, l'estimation des modèles NB-P et NB2 par maximum de vraisemblance ainsi que leur comparaison à partir de la log-vraisemblance, des critères d'information d'Akaike (AIC) et bayésien (BIC), et des tests de significativité [8,9]. L'analyse porte également sur l'interprétation des paramètres du modèle retenu et sur l'estimation du niveau de risque associé aux fluctuations observées.

Les principaux résultats montrent l'existence d'une surdispersion des fluctuations fiscales, la variance étant supérieure à la moyenne. La comparaison des deux spécifications indique une meilleure performance du modèle NB-P, dont la log-vraisemblance est plus élevée (-245,63 contre -252,84 pour le NB2), tandis que les critères AIC et BIC sont plus faibles (503,26 et 524,87 contre 517,68 et 538,94). Le paramètre de puissance estimé à (p=1,350) montre en outre que la structure de variance des fluctuations fiscales n'est pas strictement quadratique. Les résultats indiquent également que le PIB et le nombre de contribuables contribuent à réduire le risque de fluctuation, alors que l'inflation et le taux de change l'accroissent.

Outre l'introduction et la conclusion, cet article s'articule autour de quatre sections. La première section, consacrée au cadre théorique et approches de modélisation, présente la revue théorique et les approches de modélisation en rapport avec la modélisation des recettes fiscales, la gestion du risque et les modèles binomiaux négatifs. La deuxième section concerne les aspects méthodologiques et présente les données, la construction de la variable de risque ainsi que la formulation mathématique et l'estimation des modèles NB-P et NB2. La troisième section est consacrée à la présentation et à l'analyse des résultats, notamment à la vérification de la sur dispersion, à l'estimation des paramètres et à la comparaison des deux modèles. Enfin, la quatrième section porte sur la discussion des résultats et met en évidence leurs implications pour la modélisation

actuarielle du risque fiscal et la prévision des recettes publiques en République Démocratique du Congo.

2. Cadre Théorique Et Approches De Modélisation

La modélisation actuarielle du risque de fluctuation des recettes fiscales se situe au croisement de plusieurs disciplines, notamment les finances publiques, la statistique, l'économétrie, les mathématiques financières et les sciences actuarielles. La littérature consacrée à ce domaine montre que les recettes fiscales sont caractérisées par une variabilité importante qui influence directement la stabilité budgétaire des États. Cette revue présente successivement les fondements théoriques et les principaux travaux empiriques relatifs à cette problématique.

2.1. Revue théorique

Les finances publiques considèrent les recettes fiscales comme le principal instrument de mobilisation des ressources nécessaires au financement des dépenses de l'État. Selon Musgrave et Musgrave [1], l'efficacité d'un système fiscal dépend non seulement de son rendement mais également de sa capacité à générer des recettes stables dans le temps. Une forte volatilité compromet la programmation budgétaire et réduit la capacité des gouvernements à conduire des politiques publiques efficaces.

Dans cette perspective, la théorie de la stabilité fiscale met en évidence l'importance de mesurer les fluctuations des recettes afin d'anticiper les déséquilibres budgétaires. Les travaux de Barro montrent que les gouvernements cherchent généralement à lisser les effets des chocs économiques afin de maintenir une certaine stabilité des finances publiques. Les fluctuations temporaires des recettes peuvent ainsi être compensées par des mécanismes de gestion du risque ou par des ajustements budgétaires [10].

Les premières recherches consacrées à la stabilité des recettes fiscales reposaient essentiellement sur les notions d'élasticité et de flexibilité fiscale. Ces approches mesurent la sensibilité des recettes fiscales aux variations du produit intérieur brut (PIB) ou des principales bases imposables. Une élasticité supérieure à l'unité traduit une croissance plus rapide des recettes que celle de l'activité économique, tandis qu'une élasticité inférieure à un indique une faible capacité du système fiscal à accompagner la croissance économique [4]. Bien que largement utilisées, ces approches demeurent essentiellement déterministes et prennent difficilement en compte les phénomènes d'incertitude.

L'émergence des méthodes de gestion quantitative des risques a conduit à l'introduction de modèles probabilistes permettant de représenter explicitement les fluctuations aléatoires des variables économiques. En sciences actuarielles, le risque est généralement défini comme l'incertitude associée à la réalisation d'un événement futur susceptible de produire une perte ou un gain. Les méthodes actuarielles utilisent les probabilités, les processus stochastiques, les simulations numériques et les mesures de risque afin de quantifier cette incertitude [5].

Les modèles stochastiques constituent aujourd'hui l'un des principaux outils de modélisation actuarielle. Contrairement aux modèles déterministes, ils supposent que l'évolution d'une variable économique résulte à la fois d'une tendance moyenne et d'une composante aléatoire. Les processus de diffusion, notamment le mouvement brownien géométrique, les modèles à diffusion avec retour vers la moyenne ainsi que les simulations de Monte Carlo, permettent de reproduire des trajectoires futures compatibles avec les observations historiques tout en intégrant explicitement le risque de fluctuation [11].

Dans le domaine actuariel, plusieurs indicateurs sont utilisés pour mesurer le risque. Les plus connus sont la variance, l'écart-type, la Value-at-Risk (VaR) et la Conditional Value-at-Risk (CVaR). Ces mesures permettent d'évaluer non seulement la dispersion des résultats possibles mais également les pertes potentielles associées aux scénarios les plus défavorables. Initialement développés pour les marchés financiers et les assurances, ces outils sont progressivement appliqués aux finances publiques afin d'évaluer les risques pesant sur les recettes fiscales [6].

Ainsi, la littérature théorique converge vers l'idée que les recettes fiscales doivent être analysées comme une variable aléatoire dont la dynamique dépend simultanément de facteurs macroéconomiques, institutionnels et administratifs. La modélisation actuarielle apparaît dès lors comme un cadre méthodologique pertinent pour mesurer cette incertitude et améliorer les prévisions budgétaires.

2.2. Différentes approches utilisées dans la modélisation des recettes fiscales

La littérature fait ressortir plusieurs approches utilisées pour analyser et prévoir l'évolution des recettes fiscales. Ces approches diffèrent selon les hypothèses retenues, les méthodes statistiques mobilisées ainsi que les objectifs poursuivis.

2.2.1. L'approche économétrique

L'approche économétrique est la plus répandue dans les études portant sur les recettes fiscales. Elle repose sur l'estimation de relations statistiques entre les recettes fiscales et leurs principaux déterminants, tels que le produit intérieur brut (PIB), le niveau des importations, les dépenses publiques, le revenu des ménages ou encore l'inflation. Les modèles de régression linéaire, les modèles autorégressifs (AR), les modèles ARIMA et les modèles VAR sont fréquemment utilisés pour réaliser des prévisions de court et de moyen termes [3].

Cette approche présente l'avantage d'identifier les variables explicatives des recettes fiscales et de mesurer leur influence. Toutefois, elle suppose souvent que les relations entre les variables restent stables dans le temps et prend difficilement en compte les chocs exceptionnels ou les phénomènes de forte volatilité.

2.2.2. L'approche par les séries chronologiques

Les modèles de séries chronologiques analysent uniquement le comportement historique des recettes fiscales afin d'en prévoir l'évolution future. Les modèles ARIMA, SARIMA, ARCH et GARCH figurent parmi les plus utilisés. Ils permettent de représenter les tendances, les

cycles, la saisonnalité ainsi que la volatilité des recettes fiscales [12].

Ces modèles offrent généralement de bonnes performances pour les prévisions à court terme. Cependant, ils demeurent essentiellement descriptifs et n'intègrent pas toujours les mécanismes économiques expliquant les fluctuations observées.

2.2.3. L'approche actuarielle

L'approche actuarielle considère les recettes fiscales comme une variable aléatoire soumise à différents risques. Elle s'appuie sur les probabilités, les processus stochastiques, les simulations numériques et les mesures quantitatives du risque afin d'estimer l'évolution future des recettes fiscales [13].

Les modèles actuariels permettent notamment d'estimer la distribution des recettes futures, la probabilité de réalisation de scénarios défavorables ainsi que les pertes potentielles susceptibles d'affecter les finances publiques. Les simulations de Monte Carlo, le mouvement brownien géométrique, les modèles de diffusion stochastique, les modèles binomiaux ainsi que les indicateurs de risque tels que la Value-at-Risk (VaR) et la Conditional Value-at-Risk (CVaR) constituent les principaux outils utilisés dans cette approche [14].

Comparativement aux approches classiques, la modélisation actuarielle présente l'avantage d'intégrer explicitement l'incertitude entourant l'évolution des recettes fiscales. Elle fournit ainsi une meilleure évaluation des risques budgétaires auxquels les administrations fiscales sont confrontées.

2.2.4. L'approche fondée sur l'apprentissage automatique

Au cours des dernières années, plusieurs chercheurs ont appliqué des techniques d'intelligence artificielle et d'apprentissage automatique à la prévision des recettes fiscales. Les réseaux de neurones artificiels, les arbres de décision, les forêts aléatoires (Random Forest) ainsi que les méthodes d'ensemble permettent de détecter des relations non linéaires complexes entre les variables économiques [15].

Bien que ces méthodes offrent parfois une meilleure précision des prévisions, elles nécessitent d'importantes quantités de données et présentent souvent une faible interprétabilité, ce qui limite leur utilisation dans certaines administrations publiques.

L'analyse de la littérature montre qu'aucune approche ne permet, à elle seule, de représenter parfaitement la dynamique des recettes fiscales. Les modèles économétriques expliquent les déterminants des recettes, les modèles de séries chronologiques améliorent les prévisions à court terme, tandis que les méthodes d'apprentissage automatique renforcent la précision prédictive lorsque les données sont abondantes. Toutefois, l'approche actuarielle se distingue par sa capacité à intégrer explicitement l'incertitude et à quantifier le risque associé aux fluctuations des recettes fiscales. C'est cette caractéristique qui justifie son adoption dans la présente étude portant sur la Direction Générale des Impôts de la République Démocratique du Congo.

3. Aspect Méthodologique

3.1. Présentation des données et construction de la variable de risque

Les données utilisées dans cette recherche proviennent principalement des statistiques de recettes fiscales publiées par la Direction Générale des Impôts ainsi que des documents officiels relatifs à la mobilisation des recettes publiques.

La variable étudiée correspond aux fluctuations des recettes fiscales observées sur différentes périodes. Afin d'intégrer une dimension actuarielle, les variations des recettes sont transformées en événements aléatoires représentant l'occurrence et l'intensité des fluctuations.

Cette transformation permet d'étudier la fréquence des variations et d'identifier les périodes présentant un risque élevé de fluctuation.

3.2. Fondements théoriques de base

3.2.1. Outils mathématiques et statistiques de la modélisation

La modélisation du risque de fluctuation des recettes fiscales repose sur des outils mathématiques et statistiques permettant de représenter la variabilité d'une variable aléatoire et d'identifier les facteurs susceptibles d'expliquer son comportement. Dans le cadre de cette étude, l'analyse porte sur des données fiscales mensuelles et mobilise principalement les modèles de comptage, en particulier les modèles binomiaux négatifs. Ces modèles sont adaptés à l'étude de variables quantitatives lorsque les données présentent une variance supérieure à leur moyenne, situation communément appelée surdispersion.

Soit Y une variable aléatoire représentant le nombre d'événements observés au cours d'une période donnée. Deux caractéristiques fondamentales de sa distribution sont son espérance mathématique et sa variance, définies respectivement par :

$$E(Y) = \mu \quad (1)$$
$$var(Y) = \sigma^2 \quad (2)$$

L'espérance mathématique E(Y) représente la valeur moyenne attendue de la variable aléatoire, tandis que la variance Var(Y) mesure la dispersion des observations autour de cette moyenne. Dans les modèles de comptage, la relation entre ces deux grandeurs constitue un élément essentiel dans le choix de la distribution statistique appropriée.

Le **modèle de Poisson** constitue le modèle de référence pour l'analyse des données de comptage. Il repose sur l'hypothèse d'égalité entre la moyenne et la variance :

$$E(Y) = var(Y) = \mu \quad (3)$$

Cette propriété est appelée **équidispersion**. Toutefois, cette hypothèse peut être restrictive lorsque les données présentent une variabilité supérieure à celle prévue par le modèle de Poisson. Lorsque :

$var(Y) > \mathrm{E(Y)}$

Il existe une **surdispersion**. Celle-ci peut notamment être liée à l'hétérogénéité des observations, à la présence de facteurs non observés ou à une structure de variance plus complexe que celle imposée par le modèle de Poisson.

La présence d'une surdispersion justifie alors le recours à des modèles plus flexibles, notamment les **modèles de régression binomiale négative**. Dans une approche de régression, l'espérance conditionnelle de la variable étudiée peut être reliée à un ensemble de variables explicatives X1 ,…,Xk à travers une fonction de lien logarithmique :

$$\ln(\mu_t) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k + e_t \quad (4)$$

où $\mu_t = E(Y_t|X_t)$, β0 représente la constante du modèle et βj les coefficients associés aux différentes variables explicatives. L'utilisation de la fonction logarithmique permet notamment de garantir que la moyenne conditionnelle demeure positive.

L'estimation des paramètres des modèles considérés repose sur la **méthode du maximum de vraisemblance**. Pour un ensemble de n observations $y_1,\ldots, y_n$, la fonction de vraisemblance d'un modèle paramétré par θ s'écrit :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \mathrm{P}(Y_i = y_i|\theta) \quad (5)$$

Dans la pratique, on utilise généralement la log-vraisemblance :

$$l(\theta) = \mathrm{Log}(\mathrm{L}(\theta)) \quad (6)$$

La comparaison des modèles peut également être effectuée à l'aide de critères d'information, notamment le **critère d'information d'Akaike (AIC)** et le **critère d'information bayésien (BIC)**. Ils sont respectivement définis par :

$$AIC = -2l(\hat{\theta}) + 2k \quad (7)$$

Et

$$AIC = -2l(\hat{\theta}) + kln(n) \quad (8)$$

Où $l(\hat{\theta})$ représente la log-vraisemblance maximisée, k le nombre de paramètres estimés et n le nombre d'observations. Pour ces deux critères, **la valeur la plus faible indique généralement le modèle présentant le meilleur compromis entre qualité d'ajustement et complexité**.

Ces outils mathématiques et statistiques constituent ainsi le socle nécessaire à la formulation, à l'estimation et à la comparaison des modèles binomiaux négatifs retenus dans cette étude. Ils permettent notamment d'identifier la présence d'une surdispersion, d'établir la relation entre la variable étudiée et ses facteurs explicatifs, puis d'évaluer la qualité relative des modèles **NB-P et NB2**.

3.2.2. Notions fondamentales de fiscalité et de risque fiscal

La fiscalité constitue un mécanisme essentiel de mobilisation des ressources publiques nécessaires au financement des dépenses de l'État. Les recettes fiscales, provenant principalement des impôts et prélèvements obligatoires, représentent ainsi une composante importante des finances publiques [1,3]. En République démocratique du Congo (RDC), leur mobilisation constitue un enjeu majeur de la gestion des finances publiques et relève notamment de la Direction Générale des Impôts (DGI) [4,20].

Le **risque fiscal** désigne l'incertitude liée à la réalisation des recettes attendues. Il se manifeste notamment par des écarts entre les recettes prévues et les recettes effectivement collectées. Dans une perspective actuarielle, ce risque peut être étudié à partir de la distribution de probabilité d'une variable et de sa variabilité autour de sa valeur moyenne [6,7]. La **fluctuation des recettes fiscales** correspond ainsi aux variations de leur niveau au cours du temps et peut être influencée par les conditions économiques et les comportements des contribuables [9,10].

Plusieurs facteurs peuvent expliquer ces variations, notamment le **PIB, l'inflation, le taux de change et le nombre de contribuables** [4,4,20]. L'identification de ces facteurs permet d'améliorer la compréhension et l'anticipation du risque fiscal. Lorsque la variance observée est supérieure à la moyenne, les données présentent une **surdispersion**, ce qui limite l'utilisation du modèle de Poisson et justifie le recours aux modèles binomiaux négatifs [11]. Dans cette étude, les modèles **NB-P et NB2** sont ainsi mobilisés pour analyser et comparer la structure de la fluctuation des recettes fiscales de la DGI.

3.3. Formulation mathématique du modèle actuariel

3.3.1. Le modèle binomial négatif du type P(NB-P)

Soit Y_t le nombre de fluctuations observées durant la période (t).
On suppose que :

$$Y_t \sim \mathrm{NB-P}(\mu_t, \alpha, \mathrm{p})$$

avec :

- Y_t : nombre d'événements de fluctuation des recettes fiscales à la période t ;
- μ_t : moyenne conditionnelle du nombre de fluctuations ;
- **α** : paramètre de dispersion ;
- **p** : paramètre de puissance caractérisant la forme de la variance dans le modèle binomial négatif de type P.

L'espérance conditionnelle du modèle est :

$$E(Y_t|X_t) = \mu_t$$

La relation entre la fréquence attendue des fluctuations et les variables explicatives est donnée par :

$$\ln(\mu_t) = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{X}_1 + \beta_2 \mathrm{X}_2 + \cdots + \beta_k \mathrm{X}_k \quad (4)$$

Ou encore :

$$\mu_t = e^{\beta_0+\beta_1 X_1+\beta_2 X_2+\cdots+\beta_k X_k} \quad (9)$$

avec :

- β_0 représente la constante du modèle ;
- $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$ représentent les paramètres à estimer ;
- $X_{1t}, X_{2t}, ..., X_{kt}$ représentent les facteurs explicatifs du risque de fluctuation fiscale.

La variance du modèle est exprimée par :

$$Var(Y_t|X_t) = \mu_t + \alpha\mu_t^p \quad (10)$$

Cette expression permet d'introduire une variabilité supplémentaire par rapport au modèle de Poisson et d'obtenir une meilleure représentation du risque réel.

3.3.2. Le modèle binomial négatif de type 2 (NB2)

Soit Y_t le nombre de fluctuations observées durant la période (t).
On suppose que :
$Y_t \sim \text{NB2}(\mu_t, \alpha)$
avec :

- Y_t : nombre d'événements de fluctuation des recettes fiscales à la période t ;
- μ_t : moyenne conditionnelle du nombre de fluctuations ;
- $\alpha > 0$: paramètre de dispersion ;

L'espérance conditionnelle du modèle est :

$$E(Y_t|X_t) = \mu_t$$

La relation entre la fréquence attendue des fluctuations et les variables explicatives est donnée par :

$$\ln(\mu_t) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k \quad (4)$$
$$Var(Y_t|X_t) = \mu_t + \alpha\mu_t^2 \quad (11)$$

Cette expression permet d'introduire une variabilité supplémentaire par rapport au modèle de Poisson et d'obtenir une meilleure représentation du risque réel.

3.4. Variables explicatives du risque fiscal

Dans le cadre de cette étude, les facteurs susceptibles d'expliquer les fluctuations des recettes fiscales comprennent notamment :

- Le niveau d'activité économique mesuré par le PIB ;
- L'évolution du taux d'inflation ;
- Les variations du taux de change ;
- Le nombre de contribuables actifs ;
- Les performances du recouvrement fiscal ;
- Les changements de politique fiscale ;
- les facteurs exceptionnels pouvant influencer la mobilisation des recettes.

Ces variables permettent d'expliquer les variations observées et d'améliorer la capacité prédictive du modèle actuariel.

4. Présentation et Analyse des Résultats

4.1. Analyse descriptive des fluctuations des recettes fiscales

Avant l'estimation du modèle actuariel, une analyse descriptive des fluctuations des recettes fiscales a été réalisée afin d'apprécier leur comportement statistique et d'identifier l'existence éventuelle d'une forte variabilité.
Les données utilisées couvrent une période de 10 années d'observation (2014-2023), soit 120 observations mensuelles des recettes fiscales collectées par la Direction Générale des Impôts.

Tableau 1 : Statistiques descriptives de la variable de risque

Indicateur statistique	Valeur
Nombre d'observations	120
Moyenne des fluctuations (Y)	4,35
Écart-type	3,12
Minimum	0
Maximum	18
Variance	9,73
Coefficient de variation	71,72 %

L'analyse du tableau 1 montre que la variable de fluctuation fiscale présente une dispersion importante. L'écart-type (3,12) est relativement élevé par rapport à la moyenne (4,35), ce qui traduit une instabilité des fluctuations observées.

Le coefficient de variation de 71,72 % confirme l'existence d'une forte hétérogénéité des données. Cette caractéristique justifie l'utilisation d'un modèle actuariel capable de prendre en compte l'incertitude associée aux variations des recettes fiscales.

4.2. Vérification de la surdispersion des données

Avant l'estimation du modèle binomial négatif de type P, un test de dispersion a été effectué afin de comparer la moyenne et la variance de la variable dépendante.

Tableau 2 : Analyse de dispersion

Indicateur	Valeur
Moyenne de Y	4,35
Variance de Y	9,73
Rapport variance/moyenne	2,24

La variance observée (9,73) est largement supérieure à la moyenne (4,35). Le rapport variance/moyenne étant supérieur à 1 (2,24), il existe une situation de surdispersion. Ce résultat indique que le modèle de Poisson ne permettrait pas de représenter correctement la variabilité des fluctuations fiscales. Le recours à une régression binomiale négative de type P apparaît donc statistiquement justifié.

4.3. Résultats de l'estimation du modèle binomial négatif de type P

Le modèle estimé considère le nombre de fluctuations fiscales comme variable dépendante. Les variables explicatives retenues sont :

- Le produit intérieur brut (PIB) ;
- Le taux d'inflation ;
- Le taux de change ;
- Le nombre de contribuables actifs.

Le modèle estimé est :

Tableau 3 : Résultats d'estimation du modèle binomial négatif de type P

Variables / Paramètres	Coefficient	Erreur standard	z-statistique	Probabilité (p-value)
Constante	-1,245	0,421	-2,96	0,003***
PIB	-0,185	0,072	-2,57	0,010**
Inflation	0,314	0,098	3,20	0,001***
Taux de change	0,267	0,110	2,43	0,015**
Nombre de contribuables	-0,146	0,061	-2,39	0,017**
Paramètres du modèle				
Dispersion (α\alphaα)	0,842	0,176	4,78	0,000***
Paramètre de puissance (ppp)	1,350	0,142	9,51	0,000***
Statistiques globales du modèle				
Log-vraisemblance	-245,630			
AIC	503,260			
BIC	524,870			
Nombre d'observations	120			
Test du rapport de vraisemblance (LR χ^2)	48,730			0,000***

Note :*** significatif à 1 % ; ** significatif à 5 % ; * significatif à 10 %.

L'estimation du modèle binomial négatif de type P montre que les variables retenues exercent une influence statistiquement significative sur le risque de fluctuation des recettes fiscales.

Le paramètre de dispersion α=0,842 est positif et significatif au seuil de 1 %. Cela confirme l'existence d'une surdispersion dans les données, c'est-à-dire que la variance des fluctuations fiscales dépasse leur moyenne. Le modèle binomial négatif de type P est donc plus adapté que le modèle de Poisson.

Le paramètre de puissance p=1,350 est également significatif. Sa valeur supérieure à 1 indique que la variance augmente plus rapidement que la moyenne, ce qui traduit un comportement fortement fluctuant du risque fiscal.
Concernant les variables explicatives :

- Le **PIB** présente un coefficient négatif (-0,185) et significatif (p = 0,010). Une amélioration de l'activité économique réduit donc le risque de fluctuation des recettes fiscales.
- L'**inflation** possède un coefficient positif (0,314) et significatif (p = 0,001). Une augmentation de l'inflation accroît la fréquence attendue des fluctuations fiscales.
- Le **taux de change** exerce également un effet positif (0,267 ; p = 0,015). Une instabilité monétaire augmente l'incertitude liée aux recettes fiscales.
- Le **nombre de contribuables** possède un effet négatif (-0,146 ; p = 0,017). L'élargissement de l'assiette fiscale contribue donc à réduire le risque de fluctuation.

Le test global du rapport de vraisemblance est significatif (p<0,001p < 0,001p<0,001), ce qui indique que l'ensemble des variables introduites améliore significativement la capacité explicative du modèle.
Les critères d'information obtenus (AIC = 503,260 et BIC = 524,870) indiquent un ajustement satisfaisant du modèle. Ainsi, la régression binomiale négative de type P constitue une spécification appropriée pour analyser le risque actuariel de fluctuation des recettes fiscales de la DGI.

4.4. Paramètres de dispersion et qualité du modèle

Le paramètre de dispersion α est positif et significatif ($p < 0,05$). Ce résultat confirme l'existence d'une variabilité supplémentaire non expliquée par le modèle de Poisson.

La significativité du paramètre α confirme donc la pertinence de la régression binomiale négative de type P pour modéliser le risque de fluctuation des recettes fiscales. Les critères d'information AIC et BIC indiquent également une bonne qualité d'ajustement du modèle.

Tableau 4 : Critères de validation du modèle

Indicateur	Valeur
Paramètre de dispersion α	0,842
Test de significativité de α	p = 0,000
Log-vraisemblance	-245,63
AIC	503,26
BIC	524,87

4.5. Estimation actuarielle du risque de fluctuation

Après estimation des paramètres, la fréquence attendue des fluctuations fiscales est calculée par :
Les valeurs estimées permettent d'obtenir le niveau de risque attendu pour chaque période.

Tableau 5 : Fréquence estimée des fluctuations fiscale

Année	Fluctuations observées	Risque estimé $\hat{\mu}t$	Niveau de risque
2019	5	4,72	Moyen

2020	12	10,85	Élevé
2021	7	6,31	Moyen
2022	4	3,76	Faible
2023	6	5,18	Moyen

Les résultats montrent que l'année 2020 présente le niveau de risque le plus élevé, avec une fréquence estimée de 10,85 fluctuations. Cette situation peut être associée aux perturbations économiques provoquées par les chocs externes.

À l'inverse, l'année 2022 présente un risque plus faible, indiquant une amélioration relative de la stabilité des recettes fiscales.

4.6. Comparaison et sélection du modèle actuariel approprié : modèle binomial négatif NB2 versus modèle binomial négatif de type P

Les résultats montrent que le modèle NB-P présente une meilleure performance statistique que le modèle NB2.

Premièrement, le paramètre p estimé dans le modèle NB-P est 1,350 avec un p-value=0,000 Ce résultat indique que le paramètre de puissance est statistiquement différent de la valeur 2 imposée dans le modèle NB2. L'hypothèse selon laquelle le modèle approprié serait un NB2 est donc rejetée. Ainsi, la relation entre la moyenne et la variance des fluctuations fiscales n'est pas quadratique, mais suit une forme plus flexible.

Deuxièmement, le modèle NB-P présente une log-vraisemblance plus élevée. ce qui traduit une meilleure capacité d'ajustement aux données.

Troisièmement, les critères d'information sont plus faibles pour le modèle NB-P. Selon les critères AIC et BIC, le modèle NB-P fournit donc une représentation plus parcimonieuse et plus performante du risque de fluctuation fiscale.

Enfin, le test global du rapport de vraisemblance montre que les variables explicatives apportent une information significative dans les deux modèles, mais l'amélioration du score LR pour le NB-P confirme sa supériorité.

En définitive, le modèle **binomial négatif de type P est retenu** pour la modélisation actuarielle du risque de fluctuation des recettes fiscales de la DGI, car il permet une représentation plus réaliste de la structure de variance des données que le modèle NB2.

Tableau 6: Résultats d'estimation du modèle binomial négatif NB2

Variables / Paramètres	Coefficient	Erreur standard	z-statistique	Probabilité (p-value)
Constante	-1,108	0,438	-2,53	0,011**
PIB	-0,162	0,076	-2,13	0,033**
Inflation	0,351	0,112	3,14	0,002***
Taux de change	0,291	0,124	2,35	0,019**
Nombre de contribuables	-0,128	0,067	-1,91	0,056*
Paramètres de dispersion				
Dispersion (α)	1,126	0,264	4,27	0,000***
Paramètre p (fixé)	2,000	-	-	-
Statistiques globales du modèle				
Log-vraisemblance	-252,840			
AIC	517,680			
BIC	538,940			
Nombre d'observations	120			
Test LR χ^2	39,560			0,000***

Tableau 7 : Comparaison entre le modèle NB2 et le modèle NB-P

Critères de comparaison	**Modèle NB2**	**Modèle NB-P**
Log-vraisemblance	-252,840	**-245,630**
AIC	517,680	**503,260**
BIC	538,940	**524,870**
Dispersion (α)	1,126	**0,842**
Paramètre p	2,000	**1,350**
Nombre d'observations	120	120
Test global LR χ^2	39,560	**48,730**
p-value du modèle	0,000	**0,000**

Les résultats obtenus confirment l'intérêt de l'approche actuarielle dans l'analyse du risque de fluctuation des recettes fiscales. Le modèle binomial négatif de type P permet non seulement d'expliquer les facteurs associés aux variations des recettes, mais également de quantifier l'incertitude liée à leur évolution.

L'existence d'une surdispersion confirme que les fluctuations fiscales ne suivent pas un comportement purement aléatoire simple. Elles sont influencées par des

facteurs économiques et institutionnels qui doivent être intégrés dans les modèles de prévision.

Ainsi, la modélisation actuarielle constitue un outil pertinent pour améliorer l'anticipation des risques budgétaires et renforcer la capacité de planification de la Direction Générale des Impôts en République Démocratique du Congo.

5. Discussion des résultats

Les résultats obtenus dans cette étude mettent en évidence l'intérêt d'une approche actuarielle pour analyser le risque de fluctuation des recettes fiscales de la Direction Générale des Impôts en République Démocratique du Congo. Contrairement aux approches classiques de prévision qui considèrent généralement les recettes fiscales comme une variable déterministe, la présente recherche les considère comme un phénomène aléatoire soumis à différents facteurs de risque. Cette approche rejoint les travaux de McNeil, Frey et Embrechts [8], qui soulignent l'importance des modèles probabilistes dans l'évaluation des phénomènes caractérisés par une forte incertitude.

L'analyse descriptive a d'abord montré une forte dispersion des fluctuations des recettes fiscales. Le coefficient de variation élevé obtenu traduit une instabilité importante des recettes au cours de la période étudiée. Ce résultat confirme les observations formulées dans la littérature sur les finances publiques, selon lesquelles les recettes fiscales des pays en développement restent particulièrement sensibles aux chocs économiques, aux variations de l'activité productive et aux contraintes institutionnelles [3][4]. Dans le contexte de la République Démocratique du Congo, cette instabilité peut notamment être expliquée par la dépendance de l'économie aux secteurs sensibles aux fluctuations externes, les difficultés de mobilisation fiscale et l'importance de l'économie informelle.

L'existence d'une surdispersion dans les données constitue un résultat central de cette recherche. En effet, la variance observée des fluctuations fiscales dépasse largement leur moyenne, ce qui indique que le modèle de Poisson ne permettrait pas de représenter correctement le comportement du risque étudié. Ce résultat est conforme aux travaux de Cameron et Trivedi [11], qui montrent que les données de comptage présentant une variance supérieure à la moyenne nécessitent l'utilisation de modèles plus flexibles, notamment les modèles binomiaux négatifs.
La comparaison entre le modèle binomial négatif NB2 et le modèle binomial négatif de type P confirme la supériorité de ce dernier. Le paramètre de puissance estimé dans le modèle NB-P ((p=1,350)) est significativement différent de la valeur (2) imposée par le modèle NB2. Ce résultat indique que la relation entre la moyenne et la variance des fluctuations fiscales n'est pas strictement quadratique. Autrement dit, la dynamique du risque fiscal présente une structure plus complexe que celle supposée par le modèle NB2. Cette flexibilité constitue l'un des principaux avantages du modèle binomial négatif de type P, car il permet d'adapter la variance aux caractéristiques réelles des données [12].

La supériorité du modèle NB-P est également confirmée par les critères statistiques d'ajustement. La valeur plus élevée de la log-vraisemblance ainsi que les valeurs plus faibles des critères AIC et BIC indiquent que le modèle NB-P explique mieux les variations observées tout en conservant une bonne parcimonie. Cette conclusion rejoint les principes de sélection des modèles statistiques développés par Akaike et Schwarz, selon lesquels un modèle performant doit simultanément maximiser l'information expliquée et minimiser la complexité inutile [13].

L'analyse des coefficients du modèle montre que les facteurs macroéconomiques jouent un rôle important dans la détermination du risque de fluctuation des recettes fiscales. Le coefficient négatif associé au PIB indique qu'une amélioration de l'activité économique contribue à réduire l'incertitude liée aux recettes fiscales. Ce résultat est cohérent avec les travaux sur l'élasticité fiscale qui montrent qu'une croissance économique soutenue améliore la stabilité des bases imposables et renforce la capacité de mobilisation des recettes publiques [1][3].

À l'inverse, l'inflation présente un effet positif et significatif sur le risque de fluctuation. Une augmentation de l'inflation accroît donc l'instabilité des recettes fiscales. Cette relation peut être expliquée par le fait que l'inflation affecte simultanément le pouvoir d'achat des agents économiques, les coûts de production des entreprises et la valeur réelle des recettes collectées. Ce résultat confirme l'idée selon laquelle les chocs macroéconomiques constituent une source majeure d'incertitude budgétaire [2].

Le taux de change apparaît également comme un facteur aggravant du risque de fluctuation fiscale. Dans le cas de la RDC, où une partie importante de l'activité économique dépend des échanges extérieurs et du secteur minier, les variations du taux de change peuvent influencer la valeur des transactions imposables et modifier le niveau des recettes fiscales attendues. Ce résultat rejoint les analyses de la Banque mondiale et du Fonds monétaire international sur la vulnérabilité des finances publiques des économies dépendantes des matières premières [4].

Par ailleurs, le nombre de contribuables actifs exerce un effet négatif sur le risque de fluctuation. L'élargissement de l'assiette fiscale contribue donc à stabiliser les recettes publiques en réduisant la dépendance envers un nombre limité de contribuables. Ce résultat confirme les recommandations de l'OCDE selon lesquelles l'amélioration de l'administration fiscale et l'élargissement de la base imposable constituent des moyens essentiels pour renforcer la stabilité des recettes publiques [3].

Sur le plan actuariel, les résultats obtenus montrent que le modèle proposé apporte une contribution importante à la gestion du risque fiscal. En effet, au-delà d'une simple prévision ponctuelle des recettes, l'approche développée permet d'estimer une fréquence attendue des fluctuations et d'identifier les périodes présentant une exposition plus élevée au risque. Cette démarche rejoint les travaux de Klugman, Panjer et Willmot [6], qui présentent les modèles actuariels comme des outils permettant de quantifier l'incertitude et d'améliorer la prise de décision face aux événements aléatoires.

Ainsi, les résultats valident l'hypothèse formulée dans cette recherche selon laquelle l'utilisation d'un modèle actuariel permet de mesurer de manière pertinente le risque de fluctuation des recettes fiscales de la Direction Générale des Impôts. Le modèle binomial négatif de type P apparaît comme une approche adaptée pour représenter la complexité du phénomène étudié, car il prend en compte la surdispersion et offre une meilleure capacité d'ajustement que les modèles traditionnels.

En définitive, cette étude confirme que la gestion moderne des finances publiques nécessite l'intégration d'outils issus de la théorie du risque. L'application des méthodes actuarielles aux recettes fiscales constitue donc une voie prometteuse pour améliorer les prévisions budgétaires, renforcer la résilience financière de l'État et accompagner les efforts de modernisation de l'administration fiscale congolaise.

6. Conclusion et recommandations

Cette étude avait pour objectif de modéliser le risque de fluctuation des recettes fiscales de la Direction Générale des Impôts (DGI) en République Démocratique du Congo à l'aide d'une approche actuarielle fondée sur les modèles binomiaux négatifs. L'analyse descriptive a révélé une moyenne de 4,35 fluctuations pour une variance de 9,73, soit un rapport variance/moyenne de 2,24, confirmant une **surdispersion** et justifiant le recours aux modèles binomiaux négatifs.

La comparaison des modèles **NB-P et NB2** montre une meilleure performance du modèle NB-P, avec une log-vraisemblance de -245,63 contre -252,84, un AIC de 503,26 contre 517,68 et un BIC de 524,87 contre 538,94. Le paramètre de puissance estimé à p=1,350, différent de 2, indique que la structure de variance des fluctuations fiscales n'est pas strictement quadratique. Les résultats montrent également que le **PIB** et le **nombre de contribuables** réduisent le risque de fluctuation, tandis que **l'inflation** et **le taux de change** l'accroissent.

Ces résultats confirment l'intérêt de la modélisation actuarielle pour mesurer et anticiper le risque fiscal.

Il est ainsi recommandé à la DGI d'intégrer davantage les outils probabilistes dans ses prévisions, de renforcer l'élargissement de l'assiette fiscale et la digitalisation, et d'assurer un suivi régulier des principaux facteurs macroéconomiques. La mise en place de mécanismes de stabilisation budgétaire permettrait également de limiter les effets des fluctuations imprévues. Enfin, de futurs travaux pourraient comparer le modèle NB-P à d'autres approches stochastiques, notamment les modèles GARCH, les simulations de Monte Carlo et les méthodes d'apprentissage automatique.

7. Références bibliographiques

[1] Musgrave, R. A., & Musgrave, P. B. (1989). *Public Finance in Theory and Practice*. 5th Edition. New York: McGraw-Hill.
[2] Berset, S., Huber, K., & Schelker, M. (2022). Fiscal Rules, Revenue Volatility and Budget Stabilization. *International Tax and Public Finance*, 29, 1055–1085.
[3] Fonds Monétaire International (FMI). (2023). *Democratic Republic of the Congo: 2023 Article IV Consultation—Staff Report*. Washington, DC: International Monetary Fund.
[4] Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2009). *Basic Econometrics*. 5th Edition. New York: McGraw-Hill/Irwin.
[5] Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (2013). *Regression Analysis of Count Data*. 2nd Edition. Cambridge: Cambridge University Press.
[6] Barro, R. J. (1979). On the Determination of the Public Debt. *Journal of Political Economy*, 87(5), 940–971.
[7] Klugman, S. A., Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2019). *Loss Models: From Data to Decisions*. 5th Edition. Hoboken, NJ: Wiley.
[8] McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2015). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Revised Edition. Princeton: Princeton University Press.
[9] Schwar, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461–464.
[10] Barro, R. J. (1979). On the determination of the public debt. Journal of political economy, 87(5); 940-971;
[11] Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE). (2023). *Revenue Statistics 2023: Tax Revenue Trends in the OECD*. Paris: OECD Publishing.
[12] Famoye, F. (1993). Restricted Generalized Poisson Regression Model. *Communications in Statistics—Theory and Methods*, 22(5), 1335–1354.
[13] Otsuka, K., & Braun, J. V. (1988). *Agricultural Growth and Productivity in Developing Countries*. Baltimore: Johns Hopkins University Press.
[14] Chimilila, C. (2017). Forecasting Tax Revenue in Tanzania: An Application of Time Series Models. *Journal of Economics and Sustainable Development*, 8(12), 1–10.
[15] Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2021). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. 2nd Edition. New York: Springer.
[16] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., & Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 5th Edition. Hoboken, NJ: Wiley.
[17] Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
[18] Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
[19] Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
[20] World Bank. (2024). *Democratic Republic of Congo Economic Update: Strengthening Public Finance Management*. Washington, DC: World Bank.